2020 年 4 月 13-4 月 17 日（第 10 周）高二数学答疑汇总

【4 月 13 日】

1、蓝皮书 P22 例 3：二项式系数最大项和系数最大项问题是难点，需要归纳方法。

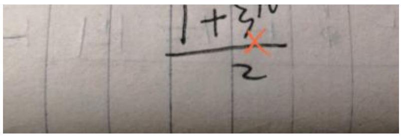
2、蓝皮书 P22 跟 3 求系数最大的项；列式和计算都要讲；

3、黄皮书 P87 第 6 题：（1）三项展开式问题学生还不熟悉；

（2）不会用赋值法求展开式的系数，也不明白为什么系数的绝对值之和会化为（1+|a|）的 n 次幂

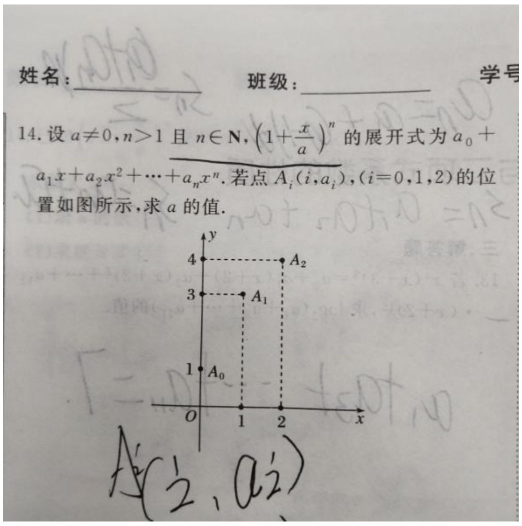
4、黄皮书 P87 第 8 题：（1）提醒学生注意区分奇数项和奇次幂

（2）求展开式中的奇数项系数之和应该是 x=1 和 x=-1 时的两式之差而不是之和。



5、黄皮书 P87 第 11 题：不会转化为不等式在区间恒成立的问题，不会转化为求函数的最值问题。

6、黄皮书 P88 第 14 题：错用赋值法，可能见到展开式就用赋值法



姓名：　　　　班级：　　　　学号

14. 设 $a\neq 0$，$n>1$ 且 $n\in\mathbf{N}$，$\left(1+\dfrac{x}{a}\right)^n$ 的展开式为 $a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$．若点 $A_i(i,a_i)$，$(i=0,1,2)$ 的位置如图所示，求 a 的值．

解析　由题意知 $A_0(0,1)$，$A_1(1,3)$，$A_2(2,4)$．由 $a_0=1$，$a_1=3$，$a_2=4$．

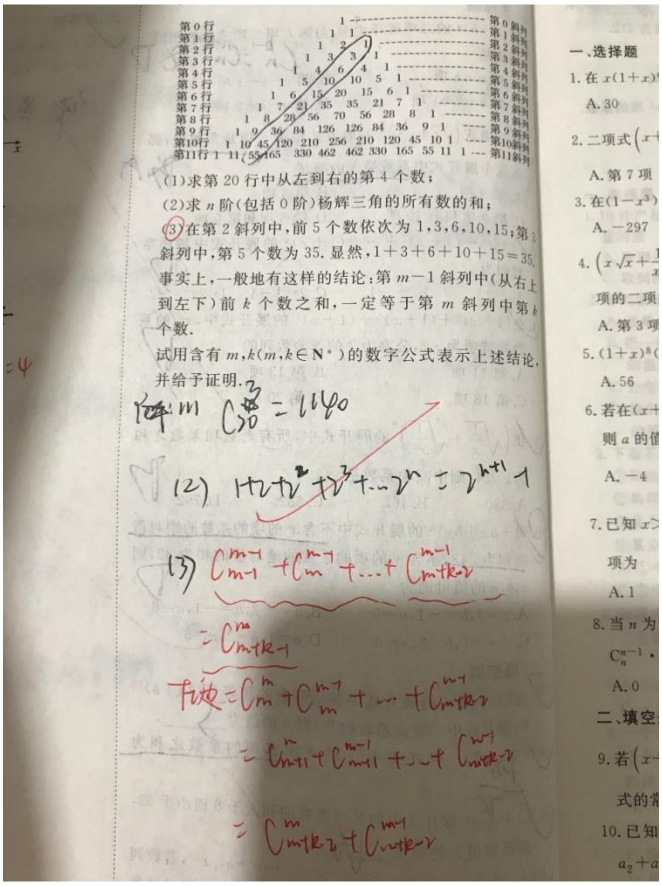
由 $\left(1+\dfrac{x}{a}\right)^n$ 的展开式的通项公式知

$T_{r+1}=C_n^r\left(\dfrac{x}{a}\right)^r(r=0,1,2,\cdots,n)$．

故 $\dfrac{C_n^1}{a}=3$，$\dfrac{C_n^2}{a^2}=4$，解得 $a=3$．

7、黄皮书 P88 第 15 题第（3）问：（1）从特殊到一般，通过观察 1,3,6,10,15 这几个数据对应的组合数，和 35 对应的组合数，这几个组合数间的关系，从而归纳出规律。在证明时，经常利用组合数公式的性质 2 进行“合二为一”。

（2）部分学生不明白为何要这样列式，其实是对杨辉三角的本质还不清楚：从左到右，是二项式定理中 n 次展开式的 n+1 个二项式系数。其次还要结合组合数公式和性纸进行计算和证明。



第0行 1 …… 第0斜列
第1行 1 1 …… 第1斜列
第2行 1 2 1 …… 第2斜列
第3行 1 3 3 1 …… 第3斜列
第4行 1 4 6 4 1 …… 第4斜列
第5行 1 5 10 10 5 1 …… 第5斜列
第6行 1 6 15 20 15 6 1 …… 第6斜列
第7行 1 7 21 35 35 21 7 1 …… 第7斜列
第8行 1 8 28 56 70 56 28 8 1 …… 第8斜列
第9行 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1 …… 第9斜列
第10行 1 10 45 120 210 256 210 120 45 10 1 …… 第10斜列
第11行 1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1 …… 第11斜列

(1)求第20行中从左到右的第4个数；

(2)求n阶(包括0阶)杨辉三角的所有数的和；

(3)在第2斜列中，前5个数依次为1，3，6，10，15；第3斜列中，第5个数为35. 显然，$1+3+6+10+15=35$. 事实上，一般地有这样的结论：第$m-1$斜列中(从右上到左下)前k个数之和，一定等于第m斜列中第k个数.

试用含有$m,k(m,k\in\mathbf{N}^*)$的数学公式表示上述结论，并给予证明.

解(1) $C_{20}^{3}=1140$

(2) $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^n=2^{n+1}-1$

(3) $C_{m-1}^{m-1}+C_{m}^{m-1}+\cdots+C_{m+k-2}^{m-1}$

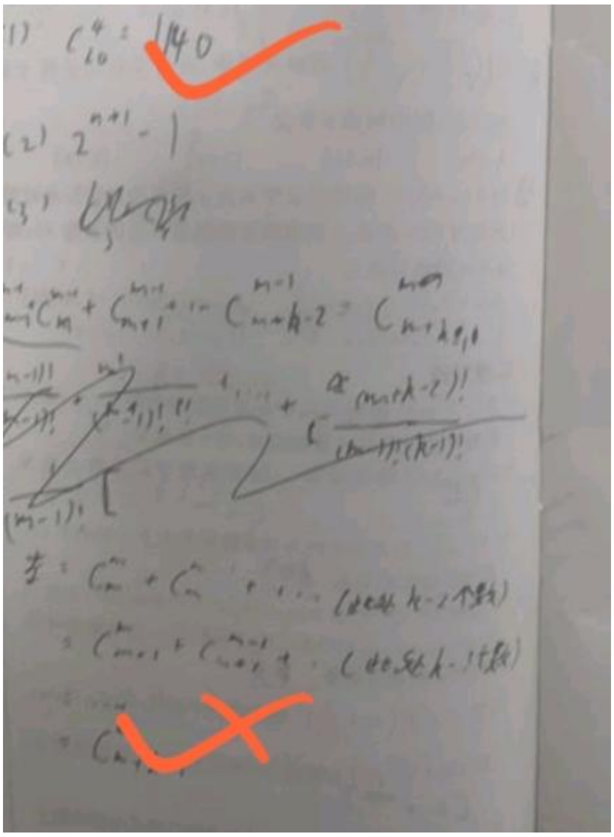
$=C_{m+k-1}^{m}$

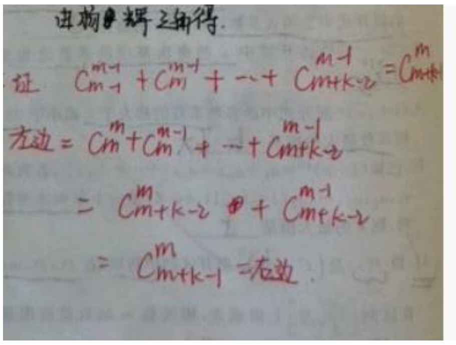
左边 $=C_{m}^{m}+C_{m}^{m-1}+\cdots+C_{m+k-2}^{m-1}$

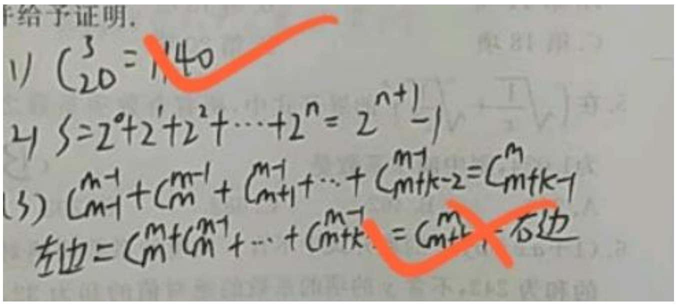
$=C_{m+1}^{m}+C_{m+1}^{m-1}+\cdots+C_{m+k-2}^{m-1}$

$=C_{m+k-2}^{m}+C_{m+k-2}^{m-1}$

（3）证明过程不规范



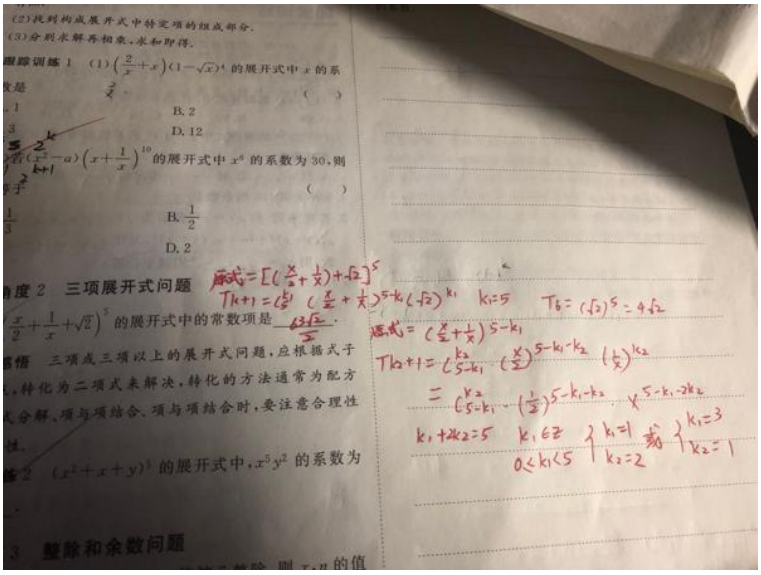




【4 月 14 日】

1、蓝皮书 P23 例 1：归纳求解两个二项式积的方法——计数原理法和双通项法。

2、蓝皮书 P23 例 2：解释三项展开式方法与其它方法



(2)找到构成展开式中特定项的组成部分.

(3)分别求解再相乘,求和即得.

跟踪训练 1 (1) $\left(\frac{2}{x}+x\right)(1-\sqrt{x})^4$ 的展开式中 x 的系数是 ( )

B. 2

D. 12

若 $(x^2-a)\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中 x^6 的系数为 30,则 ( )

B. $\frac{1}{2}$

D. 2

角度 2 三项展开式问题

$\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{x}+\sqrt{2}\right)^5$ 的展开式中的常数项是 $\frac{63\sqrt{2}}{2}$.

三项或三项以上的展开式问题,应根据式子,转化为二项式来解决,转化的方法通常为配方式分解、项与项结合、项与项结合时,要注意合理性。

2 $(x^2+x+y)^5$ 的展开式中,x^5y^2 的系数为

3 整除和余数问题

原式 $=\left[\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{x}\right)+\sqrt{2}\right]^5$

$T_{k+1}=C_5^{k_1}\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{x}\right)^{5-k_1}(\sqrt{2})^{k_1}$ $k_1=5$ $T_6=(\sqrt{2})^5=4\sqrt{2}$

原式 $=\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{x}\right)^{5-k_1}$

$T_{k_2+1}=C_{5-k_1}^{k_2}\left(\frac{x}{2}\right)^{5-k_1-k_2}\left(\frac{1}{x}\right)^{k_2}$

$=C_{5-k_1}^{k_2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5-k_1-k_2}\cdot x^{5-k_1-2k_2}$

$k_1+2k_2=5$ $k_1\in Z$ $0<k_1<5$ $\begin{cases}k_1=1\\k_2=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k_1=3\\k_2=1\end{cases}$

[答案] $\frac{63\sqrt{2}}{2}$ [解析] 解法一:原式 $=\left(\frac{x^2+2\sqrt{2}x+2}{2x}\right)^5=\frac{1}{32x^5}\cdot[(x+\sqrt{2})^2]^5=\frac{1}{32x^5}(x+\sqrt{2})^{10}$.

求原式的展开式中的常数项,转化为求 $(x+\sqrt{2})^{10}$ 的展开式中含 x^5 项的系数,即 $C_{10}^5\cdot(\sqrt{2})^5$.

所以所求的常数项为 $\frac{C_{10}^5\cdot(\sqrt{2})^5}{32}=\frac{63\sqrt{2}}{2}$.

解法二:要得到常数项,可以对 5 个括号中的选取情况进行分类:

①5 个括号中都选取常数项,这样得到的常数项为 $(\sqrt{2})^5$.

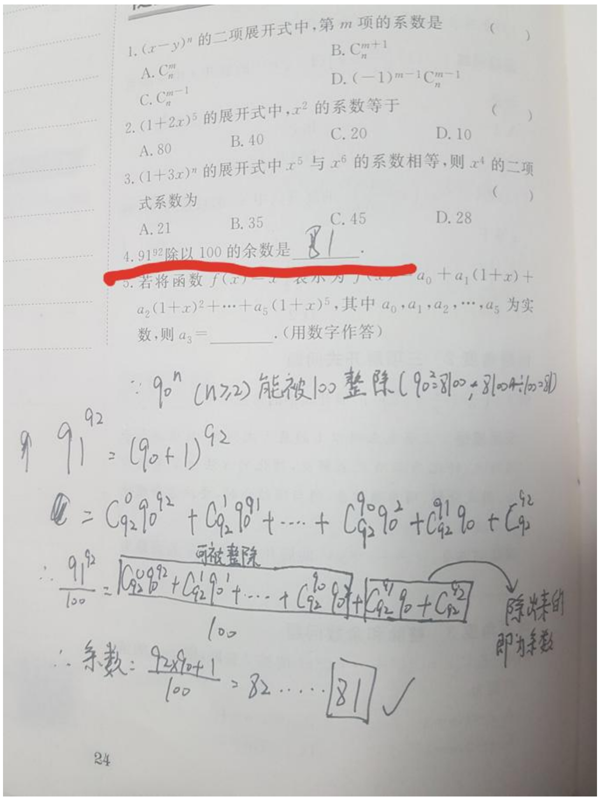
②5 个括号中的 1 个选 $\frac{x}{2}$,1 个选 $\frac{1}{x}$,3 个选 $\sqrt{2}$,这样得到的常数项为 $C_5^1\frac{1}{2}C_4^1C_3^3(\sqrt{2})^3$.

③5 个括号中的 2 个选 $\frac{x}{2}$,2 个选 $\frac{1}{x}$,1 个选 $\sqrt{2}$,这样得到的常数项为 $C_5^2\left(\frac{1}{2}\right)^2C_3^2\sqrt{2}$.

因此展开式的常数项为 $(\sqrt{2})^5+C_5^1\frac{1}{2}C_4^1C_3^3(\sqrt{2})^3+C_5^2\left(\frac{1}{2}\right)^2C_3^2\sqrt{2}=\frac{63\sqrt{2}}{2}$.

3、蓝皮书 P24 随堂演练第 4 题:(1)整除与余数问题是学生的难点,学生不知道怎样去构造,教会学生将幂的底数构造为与除数有关的和或差。

(2)也可以先拆 100-9 的展开,然再拼多次,已放网课讲评。


1. $(x-y)^n$ 的二项展开式中，第 m 项的系数是 ( )

A. C_n^m　B. C_n^{m+1}

C. C_n^{m-1}　D. $(-1)^{m-1}C_n^{m-1}$

2. $(1+2x)^5$ 的展开式中，x^2 的系数等于 ( )

A. 80　B. 40　C. 20　D. 10

3. $(1+3x)^n$ 的展开式中 x^5 与 x^6 的系数相等，则 x^4 的二项式系数为 ( )

A. 21　B. 35　C. 45　D. 28

4. 91^{92} 除以 100 的余数是 81 .

5. 若将函数 $f(x)=x^5$ 表示为 $f(x)=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\cdots+a_5(1+x)^5$，其中 $a_0,a_1,a_2,\cdots,a_5$ 为实数，则 $a_3=$______.（用数字作答）

∵ 90^n $(n\geq2)$ 能被100整除 ($90^2=8100$, $8100\div100=81$)

∴ $91^{92}=(90+1)^{92}$

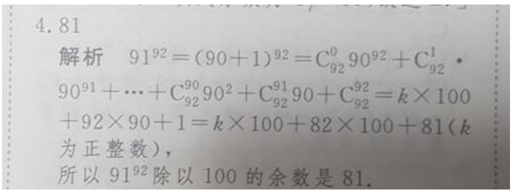
$=C_{92}^0 90^{92}+C_{92}^1 90^{91}+\cdots+C_{92}^{90}90^2+C_{92}^{91}90+C_{92}^{92}$

可被整除

∴ $\frac{91^{92}}{100}=\frac{\boxed{C_{92}^0 90^{92}+C_{92}^1 90^{91}+\cdots+C_{92}^{90}90^2}+\boxed{C_{92}^{91}90+C_{92}^{92}}}{100}$ 除出来的即为余数

∴ 余数：$\frac{92\times90+1}{100}=82\cdots\cdots\boxed{81}$ ✓

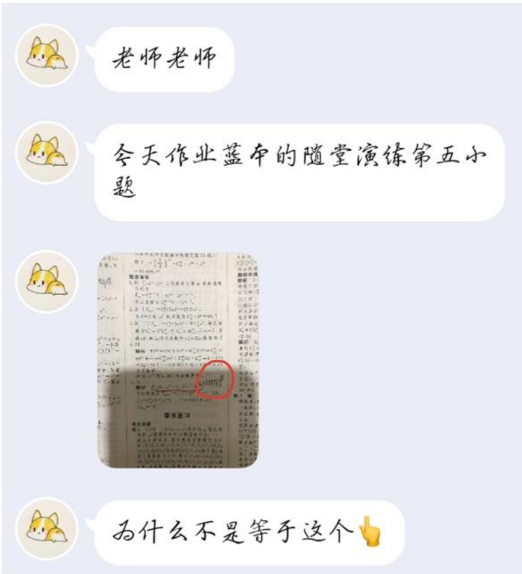
24


4. 81

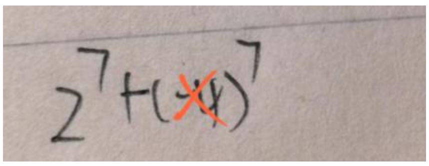
解析　$91^{92}=(90+1)^{92}=C_{92}^0 90^{92}+C_{92}^1\cdot 90^{91}+\cdots+C_{92}^{90}90^2+C_{92}^{91}90+C_{92}^{92}=k\times100+92\times90+1=k\times100+82\times100+81$（$k$ 为正整数），

所以 91^{92} 除以 100 的余数是 81.

4、蓝皮书 P24 随堂第 5 题：有点变式的二项式定理，部分学生无法理解，还是要强调公式本身的形式，从条件等式的右边入手。



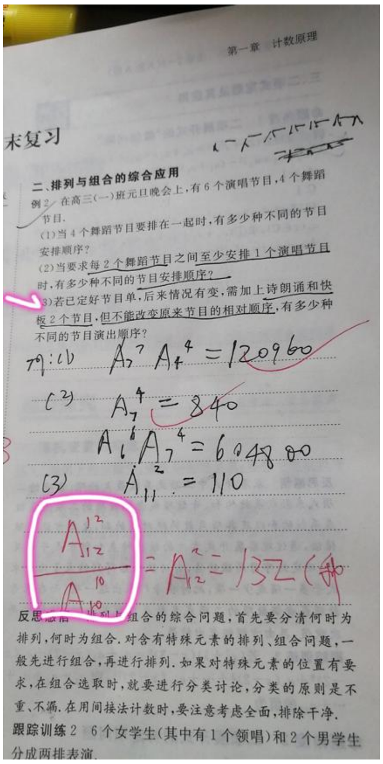
5、黄皮书 P89 第 10 题：遗忘除 2



6、黄皮书 P89 页第 12 题：不会换元法。

【4 月 15 日】

1、蓝皮书 P25 例 2：除的问题仍有人问



第一章 计数原理

末复习

二、排列与组合的综合应用

例 2 在高三(一)班元旦晚会上，有 6 个演唱节目，4 个舞蹈节目.

(1)当 4 个舞蹈节目要排在一起时，有多少种不同的节目安排顺序？

(2)当要求每 2 个舞蹈节目之间至少安排 1 个演唱节目时，有多少种不同的节目安排顺序？

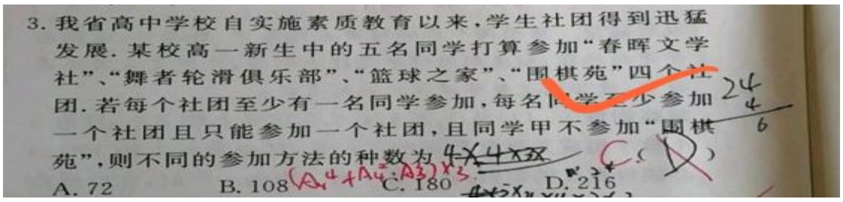
(3)若已定好节目单，后来情况有变，需加上诗朗诵和快板 2 个节目，但不能改变原来节目的相对顺序，有多少种不同的节目演出顺序？

反思感悟 ……组合的综合问题，首先要分清何时为排列，何时为组合. 对含有特殊元素的排列、组合问题，一般先进行组合，再进行排列. 如果对特殊元素的位置有要求，在组合选取时，就要进行分类讨论，分类的原则是不重、不漏. 在用间接法计数时，要注意考虑全面，排除干净.

跟踪训练 2 6 个女学生(其中有 1 个领唱)和 2 个男学生分成两排表演.

2、蓝皮书 P26 例 3 第（2）问：学生不会处理第二个式子的赋值

3、蓝皮书 P26 随堂第 3 题：复杂的排列组合问题仍是难点：



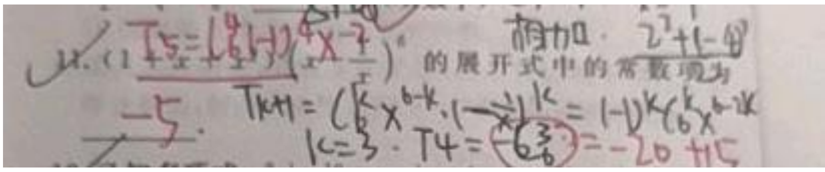
3. 我省高中学校自实施素质教育以来，学生社团得到迅猛发展. 某校高一新生中的五名同学打算参加“春晖文学社”、“舞者轮滑俱乐部”、“篮球之家”、“围棋苑”四个社团. 若每个社团至少有一名同学参加，每名同学至少参加一个社团且只能参加一个社团，且同学甲不参加“围棋苑”，则不同的参加方法的种数为

A. 72　B. 108　C. 180　D. 216

4、黄皮书 P89 第 7 题：有三种解法——计数原理法、双通项法、先化简再展开

5、黄皮书 P89 第 8 题：教会学生通过添项或减项，逆用二项式定理，再将幂转化为与除数有关的数字，最后展开求余数。

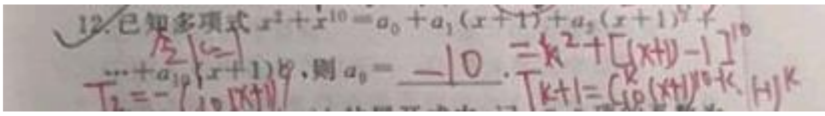
6、黄皮书 P89 第 11 题：很多同学只考虑两个多项式的常数项相乘的情况，思维不够周密：



11. ……的展开式中的常数项为

7、黄皮书 P89 第 12 题：（1）要分析 a_9 的意义，即$(x+1)^9$的系数，从而联想到将 x^{10} 构造为$[(x+1)-1]^{10}$并展开求解。

（2）对如下类型的问题，很多同学仍然不会通过观察式子两边的结构找到解题思路：

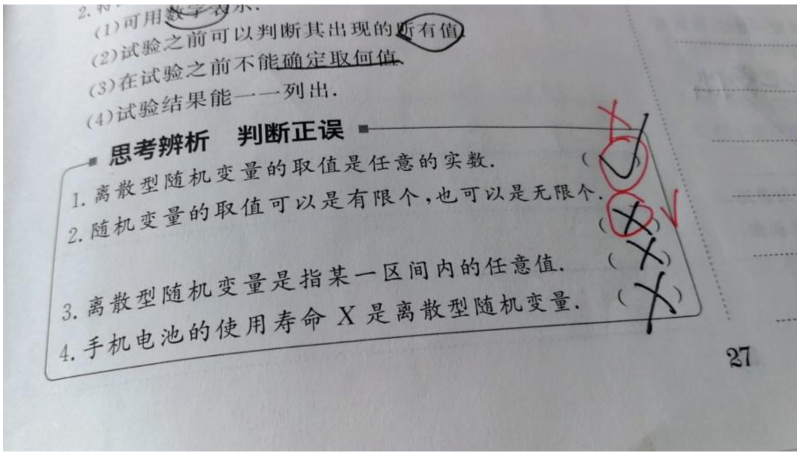


12. 已知多项式 $x^2+x^{10}=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_{10}(x+1)^{10}$，则 $a_9=$

【4 月 16 日】

1、蓝皮书 P27 思辨 1：离散型随机变量的取值可以一一列举，故不能是任意的实数。

2、蓝皮书 P27 思考辨析：



(1)可用数字表示.
(2)试验之前可以判断其出现的所有值.
(3)在试验之前不能确定取何值.
(4)试验结果能一一列出.

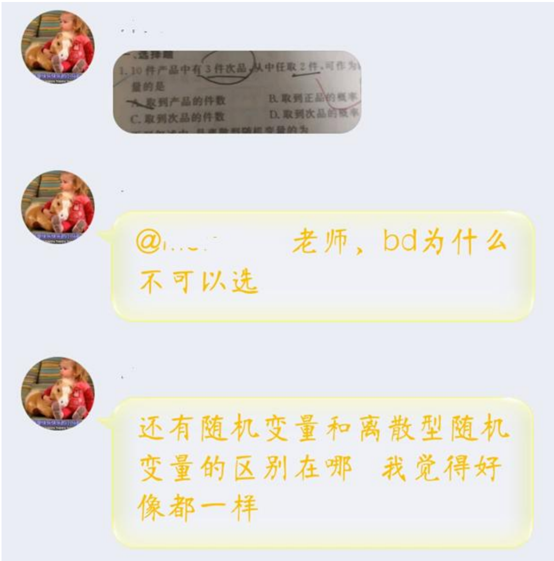
思考辨析　判断正误

1. 离散型随机变量的取值是任意的实数.　( )
2. 随机变量的取值可以是有限个,也可以是无限个.　( )
3. 离散型随机变量是指某一区间内的任意值.　( )
4. 手机电池的使用寿命 X 是离散型随机变量.　( )

27

关于随机变量这个概念，部分学生不懂“对应”的意思，容易将取值和概率混为一谈。

3、黄皮书 P91 第 1 题：不理解随机变量、离散型随机变量的概念



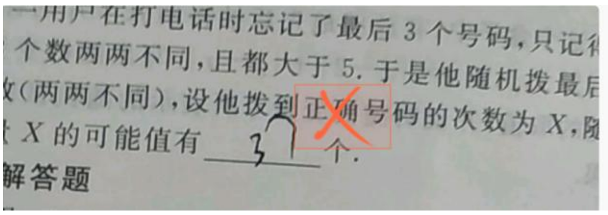
4、黄皮书 P91 第 2 题：学生理解不了离散型随机变量的定义

5、黄皮书 P91 第 10 题：这道题错的同学比较多(④有同学认为不是)

10　下列随机变量中不是离散型随机变量的是_______. (填序号)

①广州白云机场候机室中一天的旅客数量X;
②广州某水文站观察到一天中珠江的水位X;
③深圳欢乐谷一日接待游客的数量X;
④虎门大桥一天经过的车辆数X.

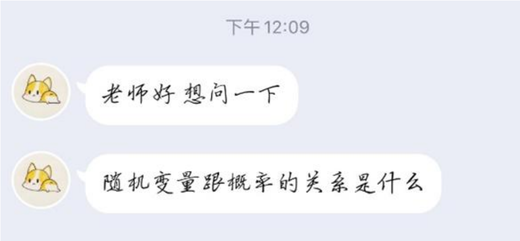
6、黄皮书 P91 第 11 题：对离散型变量的定义还不是很清楚。



用户在打电话时忘记了最后 3 个号码,只记得
个数两两不同,且都大于 5. 于是他随机拨最后
(两两不同),设他拨到正确号码的次数为 X,随
X 的可能值有______个.

解答题

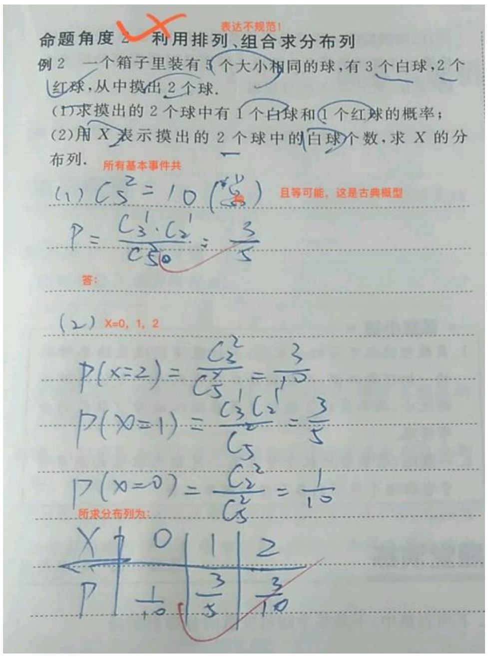
7、关于随机变量概念的理解，部分学生仍然存在障碍



【4 月 17 日】

1、蓝皮书 P31 例 2：（1）强调求分布列的步骤及格式。

（2）表达不规范:



表达不规范!

命题角度 2 利用排列、组合求分布列

例 2 一个箱子里装有 5 个大小相同的球，有 3 个白球，2 个红球，从中摸出 2 个球.

(1) 求摸出的 2 个球中有 1 个白球和 1 个红球的概率；

(2) 用 X 表示摸出的 2 个球中的白球个数，求 X 的分布列.

所有基本事件共

(1) $C_5^2=10$ 且等可能，这是古典概型

$P=\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$

答:

(2) X=0, 1, 2

$P(X=2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$

$P(X=1)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$

$P(X=0)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$

所求分布列为:

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$